

## Figuras e figuras geométricas: uma investigação sob a luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Renata Camargo dos Passos Barros <sup>1</sup>  
 <https://orcid.org/0000-0002-5845-8482>

Camila Bonini Araújo Cassoli <sup>2</sup>  
 <https://orcid.org/0000-0003-0135-3441>

Mariana Moran Barroso <sup>3</sup>  
 <https://orcid.org/0000-0001-8887-8560>

### Resumo

A investigação acerca do ensino e aprendizagem da Geometria tem se mostrado promissora no campo da Educação Matemática. Porém, o tratamento relativo a figuras e figuras geométricas ainda se mostra escasso nesse contexto. Esta pesquisa tem por objetivo compreender quais são os conhecimentos sobre figuras geométricas planas e espaciais que possuem os graduandos e os professores de Matemática que atuam na Educação Básica e no Ensino Superior. Para tanto, adotamos procedimentos teórico-metodológicos apoiados em métodos qualitativos. Participaram da pesquisa vinte e três sujeitos, sendo professores e alunos de Licenciatura em Matemática. Os dados foram coletados por meio de um questionário *on-line* disponibilizado no *Google Drive*, tendo sido utilizada a Teoria dos Registros de Representação Semiótica para suas análises. Os resultados revelam que a compreensão dos objetos geométricos tem avançado, uma vez que os atuais graduandos em Matemática apresentaram respostas adequadas e precisas durante a investigação proposta. Com base nos resultados, é possível inferir que houve uma mudança no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, quando comparamos as respostas dos sujeitos – graduandos e professores. Por fim, relacionar esse componente com a prática pedagógica e buscar meios para que seu ensino e aprendizagem se mostrem mais significativos é algo notório entre as falas dos participantes.

*Palavras-chave:* Geometria; Figuras planas e espaciais; Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

### Geometric figures and figures: an investigation in the light of the Theory of Semiotic Representation Registers

### Abstract

Research into the teaching and learning of Geometry has shown promise in the field of Mathematics Education. However, the treatment of figures and geometric figures is still scarce in this context. This research aims to understand the extent of knowledge about plane and spatial geometric figures held by undergraduate students and Mathematics teachers working in Elementary Education and Higher Education have. To achieve this, we employed theoretical and methodological procedures based on qualitative methods. Twenty-three subjects participated in the research, among teachers and undergraduate students in Mathematics. Data were collected through an on-line questionnaire hosted on Google Drive, and the Theory of Semiotic Representation Registers was used for its analysis. The results reveal that the understanding about geometric objects has advanced, since the current undergraduates in Mathematics presented adequate and accurate answers during the proposed investigation. Based on the results it is possible to infer that there has been a change in the teaching and learning process of Geometry when we compare the answers of the subjects - undergraduates and teachers. Finally, connecting this aspect to pedagogical practice and seeking ways to make its teaching and learning more meaningful is prominently featured in the remarks of the participants.

*Keywords:* Geometry. Plane and spatial figures. Theory of Semiotic Representation Registers.

<sup>1</sup> Universidade Estadual de Maringá, Maringá/PR: renatapassosbarros@gmail.com.

<sup>2</sup> Universidade Estadual de Maringá, Maringá/PR: camilacassoli5@gmail.com.

<sup>3</sup> Universidade Estadual de Maringá, Maringá/PR: mbarroso@uem.br.

## Introdução

Ao estudar os objetos matemáticos, estabelecemos com eles uma relação por meio de suas representações. Alguns tipos de representações emergiram da necessidade do ser humano de se expressar, ou seja, com o desenvolvimento das sociedades, o ser humano sentiu o desejo de representar o mundo interior e exterior por meio de desenhos, formas, sinais entre outros. Determinadas representações podem ser chamadas de “figuras geométricas”<sup>4</sup>, pois ilustram objetos pertencentes à Geometria que estão diretamente relacionados com a organização do espaço que o ser humano conhece.

A Geometria ensinada no Ensino Fundamental consiste no estudo dos objetos, do espaço ao nosso redor e de suas representações (BNCC, 2018), direcionando para uma abordagem do espaço de maneira natural e prática, de modo que a criança adquira suas primeiras noções espaciais por meio da visualização, do tato e dos movimentos. Esse espaço, com o tempo, transitará de espaço perceptivo para representativo, iniciando um caminho por meio do qual “o estudante desenvolve funções psíquicas específicas que lhe permitem compreender, descrever e representar de forma organizada o espaço em que vive” (LOCATELLI, 2015, p. 75).

Embora, em nosso cotidiano, seja comum identificarmos objetos que se assemelham a “entidades geométricas”, destacamos que os objetos geométricos só existem na mente humana. O ponto, a reta e o plano, por exemplo, são conceitos primitivos da Matemática que, devido ao fato de não serem encontrados empiricamente no mundo real, têm certo grau de abstração entre os estudantes. No entanto, as suas representações possibilitam que tenhamos uma noção desses conceitos quando as utilizamos para estudar a Geometria. De acordo com Fischbein (1993), as entidades geométricas não existem e não podem existir na realidade, pois os objetos reais de nossas experiências são necessariamente tridimensionais. Segundo Duval (1998), existem leis perceptivas dessas organizações que nos permitem representar objetos do mundo sensível ou objetos matemáticos.

No que se refere ao ensino da Geometria escolar, o *National Council of Teachers of*

---

<sup>4</sup> Pontos (objetos de dimensão zero), linhas (objetos unidimensionais), planos (objetos bidimensionais) (FISCHBEIN, 1993, p. 141).

*Mathematics* (NCTM) apresenta a importância desse ensino ao longo do processo de escolaridade dos alunos, visando ao desenvolvimento das seguintes competências: (i) “Analisar as características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais, e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas”; (ii) “Especificar posições e descrever relações espaciais recorrendo à geometria de coordenadas e a outros sistemas de representação”; (iii) “Aplicar transformações geométricas e usar a simetria para analisar situações matemáticas”; (iv) “Usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas” (NCTM<sup>5</sup>, 2007, p. 45-47).

Carvalho e Tucci (2011) sustentam que, na Educação Básica, a Geometria apresenta-se cada vez mais ausente, principalmente no Ensino Fundamental, devido à persistência, segundo Pavanello (1993) e Lorenzato (1995), da formação deficitária do professor em relação a conteúdos e metodologias para desenvolver satisfatoriamente o processo de ensino e aprendizagem da Geometria. Esse argumento segue o mesmo viés das reflexões de Sousa, Montelo, Saraiva e Leite (2018), que atribuem, como solução para esse impasse, a abordagem dos diversos tipos de conceitos geométricos durante a graduação, para que seja possível despertar a curiosidade dos acadêmicos e, assim, desenvolver o raciocínio geométrico.

De acordo com Duval (1998, 2005), o ensino de Geometria envolve complexidade cognitiva por meio de gestos, linguagem, olhar, e uma coordenação de raciocínios que dificulta seu processo de ensino e aprendizagem. Assim, faz-se necessário repensar o seu ensino de modo a incentivar alunos e futuros professores na construção do raciocínio geométrico, por meio de situações investigativas que resultem em razões para querer aprender Geometria.

Diante da importância e dos desafios que ainda persistem no ensino da Geometria, realizamos uma pesquisa, mediante aplicação de questionário *on-line*, com o objetivo de compreender quais são os conhecimentos que têm os graduandos e os professores de Matemática que atuam na Educação Básica e no Ensino Superior, sobre figuras geométricas planas e espaciais.

Para isso, investigaremos a partir das seguintes questões: De que maneira a formação inicial do professor pode ou não influenciar no ensino de Geometria? De que maneira futuros

---

<sup>5</sup> Tradução feita pela APM da versão original publicada pela NCTM, em 2000.

professores e professores que ensinam Matemática concebem, relacionam e abordam figuras geométricas na sua prática pedagógica?

Para obter respostas a tais questões, buscamos realizar um trabalho pautado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 1998; 2004; 2005; 2012a; 2012b) sob uma abordagem qualitativa (GOLDENBERG, 2011). A ação investigativa se deu por meio das análises de um questionário online, com questões que abordaram os conceitos de figuras e figuras geométricas e, também versaram sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria.

A seguir, traremos considerações sobre as teorias que embasam este estudo, que estão atreladas ao processo de ensino e aprendizagem da Geometria: as Apreensões Geométricas, os Registros de Representações Semióticas e os Processos Cognitivos.

### Contexto teórico

No momento em que o aluno, durante uma aula de Geometria, entra em contato com problemas que apresentam figuras geométricas, ele interage com “suas propriedades heurísticas que podem indicar diversas interpretações autônomas” (CASSOLI, 2022, p.33). Essas interpretações são denominadas apreensões figurais. Duval (2012) destaca que o sujeito pode mobilizar diferentes apreensões, sendo elas: apreensão perceptiva, apreensão operatória, apreensão sequencial e apreensão discursiva, como apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Tipos de apreensões em Geometria

<b>Tipos de apreensões</b>	<b>Função</b>
<b>Perceptiva ou gestáltica</b>	Identificação ou reconhecimento imediato das formas ou objetos bidimensionais ou tridimensionais.
<b>Discursiva</b>	Interpretação dos elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação dos enunciados no caso de resolução de problemas.
<b>Operatória</b>	Modificações ou transformações geométricas possíveis, a partir de uma figura inicial.
<b>Sequencial</b>	Construção de figuras considerando suas propriedades e as técnicas que serão utilizadas por cada instrumento.

Fonte: Adaptado de Duval (1994, p. 123; 2012b, p. 23)

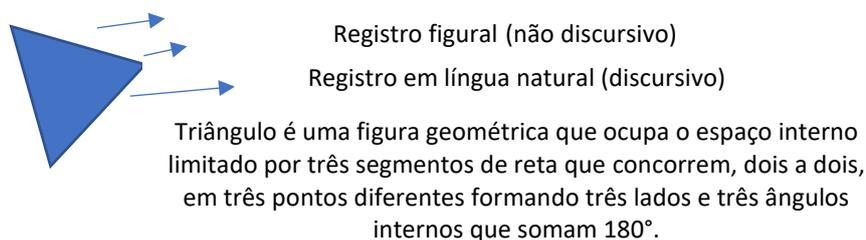
Com relação à Geometria, Duval (2004) considera que sua aprendizagem requer uma atividade cognitiva específica, não ligada a uma situação de interação social, nem subordinada a um jogo de pressões internas de um objeto. Isso porque, segundo ele, as figuras podem impor

resistências à aprendizagem.

Nesse mesmo viés, Moretti e Brandt (2015) expõem que a complexidade de resolver problemas geométricos surge da necessidade da conexão entre dois ou mais tipos de apreensões figurais. Para isso, Duval (1997) salienta quatro tipos de conexões que podem ocorrer, quais sejam: a) Figura geométrica: conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva; b) Heurística e demonstração: conexão entre as apreensões operatória e discursiva; c) Visualização: conexão das apreensões perceptiva e operatória; d) Construção geométrica: conexão entre as apreensões discursiva e sequencial.

Diante disso, Duval (2005) considera a Geometria uma área exigente da Matemática, por estimular o olhar, a linguagem e o gesto. Segundo o pesquisador, ela depende da coordenação simultânea de pelo menos dois tipos de registros de representação semiótica: o registro discursivo em língua natural e o registro figural.

Figura 1 – Exemplo de registro figural e registro discursivo.



Fonte: Elaborado pelas autoras (2023)

Registros discursivos podem (ou não) acompanhar os registros figurais. Eles podem ser grafados no texto, em língua materna com suporte escrito, ou podem ser pronunciados por professores e alunos, em língua materna com suporte verbal. Diante disso, Duval (2012) reconhece que, para que exista atividade cognitiva - no nosso caso, para que haja pensamento geométrico -, é essencial a interiorização de registros de representações semióticas.

O uso de registros figurais e registros discursivos são imprescindíveis na comunicação pretendida pelo professor em seu trabalho na sala de aula. Flores e Moretti (2005) nos explicam que é impossível haver comunicação entre dois ou mais indivíduos sem um suporte midiático comum a todos os envolvidos. Eles apontam para o fato de que a função da comunicação “é a função de transmissão de uma mensagem ou de uma informação entre indivíduos; ela requer a

utilização de um código comum aos indivíduos” (FLORES; MORETTI, 2005, p. 3).

Portanto, a utilização de registros é intrínseca tanto ao funcionamento cognitivo do pensamento humano quanto à sua comunicação. No caso da Geometria, Duval (2012) diz que não se pode ter produção ou compreensão acerca de um objeto ou propriedade geométrica sem o manejo de registros: “Se é chamada ‘semiose’ a apreensão ou produção de uma representação semiótica, e ‘noesis’ a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a noesis é inseparável da semiose” (DUVAL, 2012, p. 270).

Duval (2012) aponta a existência de duas operações que podem ser realizadas no manejo de registros semióticos: o tratamento e a conversão. O tratamento é uma operação realizada em registros, mas que fornece um registro final da mesma classe ou do mesmo sistema do registro inicial. No caso das figuras, podemos, por exemplo, realizar tratamentos quando movimentamos seus segmentos, como tomar uma linha poligonal aberta, composta por quatro segmentos de reta, e fechá-la, constituindo um quadrilátero. A conversão de uma representação é uma transformação que fornece um registro final contido em uma classe ou em um sistema diferente do registro inicial. Por exemplo, quando um aluno recebe uma tarefa em registro escrito e tem de esboçar uma figura geométrica, ele terá de realizar uma conversão de registros.

Para Duval (2012b, p. 287), “[...] os tratamentos figurais são operações que podem ser efetuadas materialmente ou mentalmente sobre [...] uma figura geométrica, para obter uma modificação figural desta figura”. Em relação à figura, esses tratamentos podem caracterizar uma atividade cognitiva que permite “a possibilidade de modificação que surge da relação das partes com o todo, por exemplo, relações ópticas (visuais) ou posicionais de uma figura” (DUVAL, 2004, p. 162, tradução nossa).

Duval (2004) destaca que a conceitualização não ocupa a primeira posição entre as dificuldades para se aprender Geometria. Para o pesquisador, a dificuldade estaria na “proximidade entre tratamentos relevantes e irrelevantes dentro de um mesmo registro, e a falta de coordenação entre tratamentos que provêm de diferentes registros” (KLUPPEL; BRANDT, 2012, p. 120).

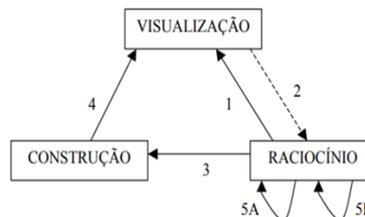
O fundamental, para Duval (2012), está na realização de tarefas, no campo da Geometria, nas quais existam conversões entre o registro figural e o registro discursivo, pois é dessa maneira que se realiza a produção de conhecimento matemático.

Duval (2012) pontua haver uma singularidade nos problemas de Geometria que proporcionam registros de representações planas e espaciais com os diferentes tipos de apreensões figurais. Além disso, para constituir uma compreensão, “é essencial que cada uma das apreensões seja levada em consideração e, ao analisar uma figura geometricamente, é importante mobilizar mais de uma apreensão” (IMAFUKO, 2019, p. 34).

O raciocínio geométrico, segundo Duval (2012), envolve três processos cognitivos com funções epistemológicas específicas: o processo de visualização (representação visual), que comanda as apreensões perceptiva e operatória; o processo de construção (construção da figura), que rege a apreensão sequencial; e o processo de raciocínio (conduzindo para a prova e a explicitação), que é comandado pela apreensão discursiva.

Na Figura 2, cada seta representa o modo como determinado processo pode apoiar outro, em uma tarefa geométrica. Entretanto, o processo de visualização nem sempre ajudará a raciocinar (seta 2), e o processo de raciocínio pode ocorrer independentemente dos demais (DUVAL, 1998).

Figura 2 – Interações cognitivas envolvidas na atividade geométrica



Fonte: (DUVAL, 1998, p. 38)

De acordo com Almouloud *et al.* (2004, p. 99), “a resolução de problemas de Geometria e a utilização do raciocínio que essa resolução exige dependem da distinção das formas de apreensão da figura”. No que diz respeito a uma figura, “ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas; e outra controlada, que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva dos elementos figurais” (DUVAL, 2012b, p. 120).

Essas atitudes normalmente podem entrar em conflito, porque a figura evidencia objetos que se realçam independentemente do enunciado, assim como os objetos apontados pelo enunciado das hipóteses não são necessariamente aqueles que se percebem imediatamente. “O

problema das figuras geométricas está inteiramente ligado à diferença entre a apreensão perceptiva e uma interpretação necessariamente comandada pelas hipóteses” (DUVAL, 2012b, p. 120).

Uma das dificuldades verificadas entre alunos e professores dos anos finais do Ensino Fundamental é o das representações das figuras geométricas apresentadas em sua forma bidimensional ou tridimensional (BARROS, 2021).

Embora formas bidimensionais e tridimensionais estejam presentes em alguns livros didáticos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental de maneira mais natural, como apontam Bardini; Amaral-Schio; Mazzi (2019), o que se observa é que muitos alunos chegam aos anos finais sem reconhecer as diferenças entre a representação geométrica de um triângulo e a de uma pirâmide. Araújo (1994) já apontava que:

É fácil encontrar-se, entre alunos das diferentes séries, ou até mesmo entre professores, aqueles que confundem o cubo com o quadrado; não identificam propriedades comuns ao quadrado e ao losango, ou ao quadrado e ao retângulo; mudam o conceito que têm de determinadas figuras geométricas quando as mesmas (*sic*) são graficamente representadas em posição diferente daquela em que geralmente aparecem nos livros didáticos; não aceitam que figuras geométricas, limitadas por fronteiras, são formadas por infinitos pontos, pois consideram que, sendo a quantidade de pontos infinita, não deveria ser limitada; não concebem o plano como espaço, o que nos leva a concluir que para eles, figuras de três dimensões são as únicas espaciais (ARAÚJO, 1994, p. 13).

Tais observações demonstram o quanto a percepção visual do espaço geométrico ainda é um tanto confusa e equivocada.

Considerando o protagonismo dos registros figurais e discursivos para a aprendizagem da Geometria, bem como as pesquisas que revelam os entraves para a aprendizagem desse conteúdo, elaboramos um questionário, enviado a graduandos e professores de Matemática que atuam na Educação Básica e no Ensino Superior, para produzir dados que resultassem em nossas análises.

A seguir, explanaremos sobre os procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa.

### **Caminhos metodológicos**

A presente pesquisa consiste em uma abordagem qualitativa, conforme Goldenberg

(2011), a qual compreende que a preocupação do pesquisador não se limita à representatividade numérica do grupo pesquisado, mas direciona-se à compreensão e ao aprofundamento de um grupo social, de uma organização ou de uma instituição. Para tal investigação, buscamos compreender quais os conhecimentos que graduandos e professores de Matemática que atuam na Educação Básica e no Ensino Superior têm sobre figuras geométricas planas e espaciais.

Com esse objetivo, foi elaborado e disponibilizado *on-line*, no *Google Drive*, um questionário a ser respondido pelos sujeitos da investigação. Esse instrumento foi composto de dezesseis (16) questões que exploravam a temática, organizadas em categorias para contribuir com o processo analítico-interpretativo dos dados. A partir dessas unidades estabelecidas, reunimos as respostas em conjuntos em que os elementos tinham algo em comum, pois “a categorização é um processo de criação, ordenamento, organização e síntese” (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 78).

O questionário foi encaminhado, via *WhatsApp*, a graduandos de Matemática da Universidade Estadual de Maringá e a professores que atuam na Educação Básica e no Ensino Superior da mesma cidade.

O Quadro 2 a seguir apresenta as dezesseis questões, separadas nas categorias Figuras, Geometria e Elementos Geométricos.

Quadro 2 – Questionário *on-line*.

	<p><b>Figuras</b></p>	<p>1- O que você considera como uma figura?                  2- O que é para você uma figura geométrica plana?                  3- Descreva o que é uma figura geométrica espacial.                  9- Como você difere as figuras planas das espaciais?                  13- Classifique as formas/figuras geométricas identificadas por você na questão anterior em planas ou espaciais.                  15- Qual característica você atribui ser a mais relevante para a diferença entre uma figura geométrica plana e uma espacial?</p>
--	-----------------------	---

<b>Categorias</b>	<b>Geometria</b>	<p>4 - O que você julga ser importante para se trabalhar com a Geometria em sala de aula? (materiais/recursos) Como você trabalharia tais conceitos de Geometria?</p> <p>5- O que o ensino de Geometria pode desenvolver nas crianças?</p> <p>6- Na sua opinião, o que é mais difícil, em Geometria, para as crianças aprenderem e para o professor ensinar? Por quê?</p> <p>7- O que foi ensinado a você sobre Geometria durante o período em que você frequentou a escola como aluno? Você lembra quais eram suas dificuldades em Geometria?</p> <p>8- Quais eram os materiais utilizados durante as aulas? Como eram essas aulas?</p> <p>16- Comente a respeito do ensino que recebeu acerca da Geometria. Você é estudante, professor nos Anos Iniciais/Finais/Ensino Médio/Ensino Superior?</p>
	<b>Elementos Geométricos</b>	<p>10- Assinale a(s) forma(s) geométrica(s) que se assemelham ao exposto pela imagem.</p>  <p><a href="https://www.ctendance.fr/plantes-interieur-sans-lumiere/">https://www.ctendance.fr/plantes-interieur-sans-lumiere/</a></p> <p>( ) Triângulo; ( ) Pirâmide; ( ) Quadriláteros;          ( ) Polígonos; ( ) Hexágono; ( ) Pentágono;          ( ) Paralelepípedo; ( ) Prisma; ( ) Retângulo;          ( ) Paralelogramo; ( ) Cilindro; ( ) Circunferência; ( ) Círculo</p> <p>11- Na imagem abaixo, o que você poderia trabalhar com seus alunos, relacionado à Geometria?</p>  <p><a href="https://pixabay.com/pt/vectors/quadro-de-escalada-slide-1997833/">https://pixabay.com/pt/vectors/quadro-de-escalada-slide-1997833/</a></p> <p>12- Descreva quais formas geométricas possuem semelhança com os objetos apresentados na figura abaixo.</p>  <p><a href="https://www.ajulydreamer.com/school-playground-safety/">https://www.ajulydreamer.com/school-playground-safety/</a></p>

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Por meio das questões apresentadas no Quadro 2, foi possível coletar os dados que serão evidenciados e analisados posteriormente, considerando os referenciais teóricos já elencados: Duval (1997, 1998, 2004, 2005, 2012), Moreira (1996), Flores e Moretti (2005), Sousa, Montelo, Saraiva e Leite (2018).

### Discussões

O termo “figura” é utilizado com diversos significados, por isso apresentaremos, nesta seção, os mais pertinentes à nossa pesquisa. Na literatura, existem alguns pesquisadores que há

tempos investigam sobre esse tema.

De acordo com Barros (2021), a palavra “figura”, dependendo do contexto, pode assumir um significado diferente daquele empregado nos estudos em Geometria. É comum observarmos o uso do termo “figura” quando se quer indicar a representação de algum objeto ou imagem, seja em livros, revistas, jornais, *folders* ou até mesmo em um quadro. Duval (2012a) define uma figura como sendo:

Uma organização de elementos de um campo perceptivo, não homogêneo, que constitui um objeto que se destaca deste campo. Segundo a sua dimensão, estes elementos podem ser pontos, traços ou zonas.

Os pontos e os traços caracterizam-se, respectivamente, pelo aspecto discreto e contínuo. As zonas caracterizam-se pela sua forma, quer dizer, pelo seu contorno: um traço ou uma sequência de pontos suficientes para destacar uma zona de um campo homogêneo (DUVAL, 2012a, p. 121).

Para que se dê início às análises, é necessário esclarecermos o significado da palavra “figura” que será adotado na presente pesquisa. Assim sendo, adotaremos a conceitualização de Kaleff (2008) em relação a figura e figura geométrica, que segue a mesma conceitualização de Duval (2012a). Para a autora, o significado da palavra “figura” e da expressão “figura matemática” deve ser bem explorado em situações matemáticas:

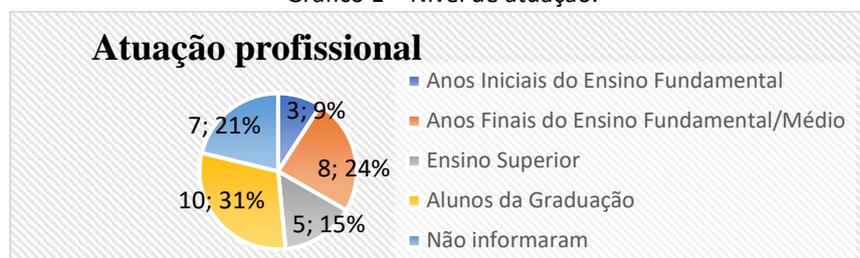
O termo figura designa qualquer organização de elementos gráficos que emerge de um fundo uniforme por meio da presença de pontos, traços ou elementos de uma superfície (sombreados ou coloridos), representando uma unidade (ou congregação de elementos) de informação. Uma figura pode ser apresentada em um meio gráfico convencional (papel) ou especial (tela de vídeo, tecelagem, pintura, murais e outros). Por sua vez, uma figura é considerada uma figura matemática quando preenche exigências específicas relativas a duas maneiras de ser representada: por um lado, em uma forma de proposições expressas em linguagem natural ou simbólica formal, representando suas propriedades matemáticas características (KALEFF, 2008, p.16).

A pesquisadora salienta que, quando se trata de uma figura geométrica euclidiana, essa pode ser caracterizada por “uma figura composta por traços obtidos por meio de ferramentas de desenho (régua, esquadro, compasso, curvas francesas etc.), ou outras mais atuais, como as advindas do uso do computador (por exemplo, por meio de softwares da geometria dinâmica)” (KALEFF, 2008, p.16).

De acordo com Duval (2012a), uma figura geométrica é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva, pois é necessário ver a figura geométrica a partir do que é falado, e não apenas por meio das formas que se destacam ou das propriedades que ela possa evidenciar.

Nesse contexto, apresentamos as questões que, de acordo com nosso olhar, contextualizam a visão dos participantes acerca de figuras geométricas planas e espaciais. Partindo disso, primeiramente, é importante identificar o nível de atuação dos participantes dessa pesquisa, e, para isso, organizamos esses dados no gráfico 1.

Gráfico 1 – Nível de atuação.



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Embora tenha sido encaminhado para cerca de duzentos sujeitos, o questionário teve apenas 16,5 % de retorno. Dentre os participantes que o retornaram, nove não identificaram o nível de atuação. Assim, consideramos, para a análise dos dados, apenas vinte e quatro indivíduos, identificados por P1, P2, P3, e assim por diante. Assim, foram selecionados vinte e quatro participantes para essa análise.

Neste artigo, analisamos unicamente as questões: 01, 05, 07, 09, 12, 14 e 15, pois são elas as que nos permitem identificar o conhecimento que os participantes deste estudo possuem acerca das figuras geométricas planas e espaciais.

O Quadro 3 a seguir apresenta as respostas à questão 1 do formulário, distribuídas nas áreas de atuação profissional de cada sujeito.

Quadro 3 – Questão 1: O que você considera como uma figura?

Atuação	Respostas
<b>Professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental</b>	P1 - <i>uma representação plana do espaço</i> P3 - <i>Forma de representação de um objeto</i> P6 - <i>Imagem</i>
<b>Professor dos anos finais do Ensino Fundamental/Médio</b>	P2 - <i>Ilustração de algo</i> P4 - <i>São formas geométricas regulares ou irregulares</i> P5 - <i>Elementos representados por meio de pontos e linhas</i> P9 - <i>Para descrever uma figura qualquer, é essencial descrever sobre as suas características principais</i> P10 - <i>Como a representação de algo, sem expressar nesta representação a "profundidade"</i> P11 - <i>Uma imagem abstrata, que possa ou não fazer algum sentido, podendo ter linhas retas ou curvas, colorida ou não</i> P12 - <i>Uma imagem que tem pelo menos duas dimensões, ou seja, largura e comprimento</i> P13 - <i>Uma figura é uma representação de algo que pode ser idealizado, estar apenas no campo das concepções do pensamento, ou de algo cuja representação queremos reproduzir, seja fielmente, mantendo as dimensões, ou fazendo adaptações de acordo com um objetivo específico</i>
<b>Professor do Ensino Superior</b>	P7 - <i>Uma figura é uma imagem</i> P8 - <i>Uma representação de polígono ou um objeto</i> P15 - <i>Uma representação de um objeto ou animal</i>
<b>Aluno da graduação em Matemática</b>	P14 - <i>É uma representação de um objeto através de um desenho</i> P16 - <i>uma forma</i> P17 - <i>Qualquer "coisa" (objeto, desenho, forma) que pode ser observada</i> P18 - <i>Um desenho/contorno</i> P19 - <i>Uma representação de algo no plano</i> P20 - <i>Como uma imagem que possui características, como cor, forma, particulares dela</i> P21 - <i>Uma figura é uma representatividade de um objeto, indivíduo ou lugar (paisagem), podendo ser em uma escala menor, proporcional, ou mesmo sendo pensada para ser exatamente demarcada por aquele tamanho, sua escala depende da finalidade que essa figura possui</i> P22 - <i>Uma figura é algo que podemos ver, mas não tocar</i> P23 - <i>Como uma imagem, uma forma</i> P24 - <i>Uma figura é um desenho, que pode ser representado de várias formas. Pode ser descrito através das cores que o compõe e das formas geométricas, como quadrado, triângulos, círculos, entre outros</i>

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

As respostas elencadas no Quadro 3 permitiram identificar como os participantes concebem a ideia de figura. Embora a primeira questão não fizesse referência à Geometria, treze sujeitos estabeleceram essa relação. Esses treze participantes mobilizaram a conexão entre a apreensão perceptiva e a discursiva, pois relacionaram o entendimento de figura com o

desenvolvimento do raciocínio geométrico, no sentido estabelecido por Duval (1997). Ou seja, dos vinte e quatro participantes, treze recorreram a termos próprios da Geometria para referenciar uma figura, termos como espaço, formas geométricas regulares e irregulares, profundidade, polígono, quadrado, triângulo, círculo, entre outros.

Desse modo, observamos que suas apreensões perceptivas a respeito de figura estiveram estritamente relacionadas com suas apreensões discursivas no âmbito da compreensão em Geometria. Tal fato demonstra uma conexão entre essas duas apreensões, direcionando para a compreensão de figura geométrica, conforme Duval (1997) esclarece.

As questões 5 e 7 a seguir permitem compreender como os participantes da pesquisa avaliam a importância da aprendizagem da Geometria e como sua experiência inicial como alunos desse tema influenciam suas ações docentes.

A questão 5 reforça a importância atribuída pelos professores para o tema. O Quadro 4 a seguir apresenta a resposta que resume o que pensam os participantes da pesquisa.

Quadro 4 – Questão 5: O que o ensino de Geometria pode desenvolver nas crianças?

<b>Atuação</b>	<b>Resposta</b>
<b>Professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental</b>	<i>P3 Habilidades visuais, dinâmicas. Compreender espaços e o próprio espaço.</i>
<b>Professor dos anos finais do Ensino Fundamental/Médio</b>	<i>P5 Acredito que desenvolve um pensamento geométrico na criança, com noções espaciais de medidas e organização.</i>
<b>Professor do Ensino Superior</b>	<i>P7 Visão espacial, lógica e criatividade.</i>
<b>Aluno da graduação em Matemática</b>	<i>P21 Acredito que o ensino da Geometria desenvolve noções de espaço, percepções de dimensão, analogias com objetos utilizados no cotidiano.</i>

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Observamos nas falas dos professores da Educação Básica que o ensino de Geometria está diretamente relacionado à compreensão do espaço e às possibilidades para o desenvolvimento de um pensamento lógico nos alunos, o que também é expresso de uma maneira mais ampla no olhar do aluno da graduação. A resposta do formador de professores indica um efeito possível do ensino na criança, sem considerar o processo contínuo de desenvolvimento das habilidades de Geometria. Tais respostas corroboram com Locatelli (2015), que afirma que o ensino da Geometria possibilita o desenvolvimento de funções específicas para compreensão do espaço em que vivemos.

As respostas dadas na questão 7 podem revelar características comuns de como foi o ensino de Geometria para os participantes. O Quadro 5 a seguir apresenta um resumo das ideias

expressas pelos participantes.

Quadro 5 – Questão 7: O que foi ensinado a você sobre Geometria durante o período em que frequentou a escola como aluno? Você lembra quais eram suas dificuldades em Geometria?

<b>Atuação</b>	<b>Respostas</b>
<b>Professor dos anos iniciais</b>	<i>P.3 [...] nada foi aprofundado, havia bastante decoreba, fórmulas, fórmulas e mais fórmulas.</i>
<b>Professor dos anos finais do Ensino Fundamental/Médio</b>	<i>P.5 Tive pouco conteúdo de Geometria e não consigo lembrar de nenhuma atividade fora os algoritmos. Sempre tive muita dificuldade em distinguir os conceitos, o que era área, o que era volume, o que era perímetro, inclusive em distinguir quadrado de retângulo. Vejo que sempre foi preconizado o ensino da álgebra perante a geometria.</i>
<b>Professor do Ensino Superior</b>	<i>P.7 Lembro apenas de aprender a nomenclatura das figuras planas e espaciais, encontrar hipotenusa e catetos para usar o teorema de Pitágoras e calcular seno, cosseno e tangente de ângulos. Nada que exigia raciocínio.</i>
<b>Aluno da graduação em Matemática</b>	<i>P.21 Poucas coisas foram ensinadas no em meu antigo colégio sobre os conteúdos de Geometria, os professores priorizavam outros conteúdos, pois como a maioria não tinha conhecimento básico de Geometria, eles preferiam “pular” esses conteúdos, então tive pouco contato com a Geometria na Educação Básica.</i>

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

As falas dos professores explicam o motivo da preocupação com um trabalho pedagógico mais direcionado e abrangente do que o recebido por eles durante sua vida escolar. Na resposta do aluno da graduação, fica evidente sua preocupação em não repetir o ensino que lhe fora oferecido. Sousa, Montelo, Saraiva e Leite (2018) relatam que essa incompreensão por parte de quem ensina é reflexo da grade curricular incompleta dos cursos de licenciatura. No entanto, “esse cenário pode ser mudado se os cursos de formação de professores de Matemática começarem abordar o tema no curso, despertando assim a curiosidade dos acadêmicos [...]” (SOUSA; MONTELO; SARAIVA; LEITE, 2018, p. 2).

A questão 9 pode oferecer um panorama geral de como os participantes diferenciam as figuras geométricas bi e tridimensionais. No Quadro 6, apresentamos as falas de todos os participantes, pois acreditamos ser necessário evidenciá-las, para uma melhor compreensão de seus entendimentos.

Quadro 6 – Questão 9: Como você difere as figuras planas das espaciais?

Atuação	Respostas
<b>Professor dos anos iniciais</b>	<p>P1 - <i>Pelas características Bi e tridimensionais</i>            P3 - <i>Planas possuem duas dimensões, e espaciais, três, diferindo na profundidade, que as planas não possuem</i>            P6 - <i>Figura espacial tem três dimensões</i></p>
<b>Professor dos anos finais do Ensino Fundamental/Médio</b>	<p>P2 - <i>Pelas suas dimensões. Planas 2D. E espaciais 3D</i>            P4 - <i>Pela dimensão, uma está em um plano bidimensional, e a outra, em um plano tridimensional</i>            P5 - <i>Pelos componentes da figura</i>            P9 - <i>Basicamente, são as figuras com profundidade quase imperceptível</i>            P10 - <i>As figuras planas são representadas através de um plano, como uma parede. As não planas estão representadas no espaço tridimensional, possuem profundidade</i>            P11 - <i>A percepção de profundidade/altura</i>            P12 - <i>Planas são dispostas no plano (2 dimensões) e não planas, no espaço</i>            P13 - <i>Pelas dimensões de cada uma</i></p>
<b>Professor do Ensino Superior</b>	<p>P7 - <i>As figuras planas não têm profundidade</i>            P8 - <i>Basicamente, são as figuras com profundidade quase imperceptível</i>            P15 - <i>As planas eu consigo acomodar num plano, as não planas saem dele</i>            P16 - <i>Duas e três dimensões</i></p>
<b>Aluno da graduação em Matemática</b>	<p>P14 - <i>As figuras planas são desenhadas sobre uma superfície plana e as não planas são objetos que estão na forma tridimensional</i>            P17 - <i>Pela imagem e contexto</i>            P18 - <i>Nas espaciais, é possível ver profundidade, ver mais de um lado ao mesmo tempo, enquanto no plano, não</i>            P19 - <i>Planas - figuras 2 D, sem profundidade; espaciais - 3 D, com altura, largura e comprimento</i>            P20 - <i>As planas não possuem espessura (altura), as espaciais, sim</i>            P21 - <i>Eu as diferencio pelas dimensões que cada uma possui, sabemos que existem nas figuras espaciais: altura, comprimento e largura, isso que as diferencia das figuras planas, que possuem altura e comprimento</i>            P22 - <i>Não respondeu</i>            P23 - <i>As planas têm duas dimensões, não têm volume, têm área. Já as espaciais são do espaço, têm 3 dimensões, têm volume</i>            P24 - <i>As figuras planas são bidimensionais (duas dimensões) e as figuras espaciais, tridimensionais (três dimensões)</i></p>

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

A maioria das respostas a essa questão envolveram o processo cognitivo com função epistemológica de raciocínio (Duval, 2012), uma vez que os participantes P3, P4, P10, P14, P15, P18, P19, P20, P21, P23 e P24 mobilizaram a apreensão discursiva, descrevendo suas interpretações acerca dos elementos das figuras geométricas planas e espaciais, principalmente no que diz respeito às suas dimensões.

Os participantes P21 e P23 mobilizaram, além da apreensão discursiva, a apreensão sequencial, explicitando os elementos geométricos que favorecem a construção de uma figura geométrica plana e de uma figura geométrica espacial. Nesse sentido, a conexão entre essas duas apreensões – discursivas e sequenciais – direciona para a compreensão da construção geométrica (DUVAL, 1997). Tal compreensão é fundamental para que uma figura geométrica seja construída e descrita, principalmente em contextos de ensino de Geometria.

As respostas a essa questão, praticamente em sua totalidade, aproximam-se da definição convencional atribuída a figuras bi e tridimensionais. Todos os participantes, exceto P22, exprimem ideia de plano e espaço. As respostas dos participantes P8 e P9 são semelhantes e incompreensíveis, haja vista que esses participantes não explicam em que contexto a profundidade das figuras se torna imperceptível.

A questão 15, apresentada no Quadro 7 a seguir, pode nos revelar, com mais detalhes, como os participantes compreendem a diferença entre as figuras geométricas planas e espaciais.

Quadro 7 – Questão 15: Qual característica você atribui ser a mais relevante para a diferença entre uma figura geométrica plana e uma espacial?

<b>Atuação</b>	<b>Respostas</b>
<b>Professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental</b>	P1 - <i>A quantidade de dimensões: Figuras planas (largura e comprimento); Figuras espaciais (largura, comprimento e altura/profundidade)</i> P3 - <i>Profundidade</i> P6 - <i>Plana observa-se um lado, espacial, 3 dimensões</i>
<b>Professor dos anos finais do Ensino Fundamental/Médio</b>	P2 - <i>Suas dimensões</i> P4 - <i>A área e o volume que elas ocupam no plano</i> P5 - <i>Os elementos que compõem a figura</i> P9 - <i>A profundidade</i> P10 - <i>A presença da terceira dimensão na representação da profundidade</i> P11 - <i>A opção de compreender volume, capacidade (profundidade)</i> P12 - <i>A forma</i> P13 - <i>A existência da altura</i>
<b>Professor do Ensino Superior</b>	P7 - <i>Espessura</i> P8 - <i>A forma de sua representação</i> P15 - <i>Encaixar seus lados numa superfície plana, como o chão, por exemplo</i>
<b>Aluno da graduação em Matemática</b>	P14 - <i>A forma espacial</i> P16 - <i>Não respondeu</i> P17 - <i>O conceito de Figuras planas não possuem uma terceira dimensão</i> P18 - <i>A espacial é possível ver mais de um lado ao mesmo tempo</i> P19 - <i>Noção de profundidade</i> P20 - <i>Ter uma terceira medida</i> P21 - <i>Acredito que a característica mais relevante que difere as geometrias são</i>

	<p><i>as suas dimensões</i>  P22 - <i>A figura geométrica plana mostra ou representa no plano, e a espacial mostra três planos</i>  P23 - Não respondeu  P24 - <i>Dimensão</i></p>
--	--

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Analisando as respostas dos participantes, fica perceptível o olhar tecido para uma terceira dimensão; todavia, os participantes P4, P5, P12, P13, P8, P16 e P23 não fizeram menção à principal característica que diferencia uma figura geométrica plana da espacial – a sua dimensão. As questões 9 e 15 foram pensadas justamente para tentar identificar como os participantes consideram e diferenciam as figuras geométricas planas das espaciais.

Na figura 3, é apresentada uma questão que pode relacionar os dois tipos de registros considerados indissociáveis por Duval; isso será possível caso sua aplicação e abordagem em sala de aula seja realizada com legendas adequadas.

Figura 3 – Questão 12: Descreva quais formas geométricas possuem semelhança com os objetos apresentados na figura abaixo.



Fonte: <https://www.ajulydreamer.com/school-playground-safety/>

O Quadro 8 a seguir apresenta as respostas mais recorrentes para cada nível de atuação, apresentadas pelos participantes.

Quadro 8 – Questão 12: Descreva quais formas geométricas possuem semelhança com os objetos apresentados na figura abaixo [Figura 2]. Procure relacionar as figuras geométricas planas e espaciais com sua representação em um desenho.

Atuação	Respostas
<b>Professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental</b>	P1 - <i>Pirâmides, quadriláteros, triângulos, cilindros</i> P3 - <i>Cilindro, pirâmide, triângulo, quadrado, retângulo, circunferência, círculo, retângulo</i> P6 – <i>Triângulo, cilindro, quadrado</i>
<b>Professor dos anos finais</b>	P2 - <i>Pirâmide, triângulo, retângulo, quadrado, paralelepípedo, cilindro</i>

<b>do Ensino Fundamental/Médio</b>	<p>P.4 - <i>Triângulos, prismas, cilindros e quadriláteros.</i></p> <p>P.5 - <i>Prisma, quadrado, arco circular, retângulo, circunferência</i></p> <p>P.9 - <i>Pirâmide, cilindro, semicírculo, retângulo, triângulo etc.</i></p> <p>P. 10 - <i>Cilindro, pirâmide retangular, semicírculo, triângulos, retângulos.</i></p> <p>P.11 - <i>Pirâmide, cilindro, quadrado, retângulos. Polígonos em geral</i></p> <p>P.12 - <i>Pirâmide, triângulos, retângulos...</i></p> <p>P.13 - <i>Pirâmide, triângulos, quadriláteros, circunferências, retas e planos.</i></p>
<b>Professor do Ensino Superior</b>	<p>P.7 - <i>Triângulo (projeção do telhado dos brinquedos), Retângulo (base do brinquedo), Pirâmide (telhado de um dos brinquedos), Cubo (espaço antes do escorregador), Prisma (telhado de um dos brinquedos)</i></p> <p>P. 8 - <i>pirâmides, arco circulares, quadriláteros</i></p> <p>P. 15 - <i>Pirâmide, prisma, cilindro etc. Tem figuras planas e espaciais</i></p>
<b>Aluno da graduação em Matemática</b>	<p>P. 14 - <i>Triângulos, retângulos e círculos que podem ser identificados no formato espacial</i></p> <p>P.16 - <i>Pirâmide, cilindro</i></p> <p>P.17 – <i>Planas: Triângulos, quadriláteros. Espaciais: Pirâmides, cilindro, paralelepípedos</i></p> <p>P.18 – <i>Pirâmide, quadrado, triângulos, paralelogramo, cilindro, circunferência, círculo, prisma</i></p> <p>P.19 – <i>Pirâmide, paralelepípedo, cilindro, retângulo, triângulo</i></p> <p>P.20 – <i>O teto se assemelha a pirâmides, e as faces a triângulos, o túnel se assemelha a um cilindro, e as partes de ferro se assemelham a retângulos</i></p> <p>P.21 – <i>Pirâmides, retângulo, prisma, cilindro, triângulo, quadrado, Podemos enxergar algumas figuras de sólidos irregulares</i></p> <p>P.22 – <i>Cilindro, prisma, paralelepípedo</i></p> <p>P.23 – <i>Não respondeu</i></p> <p>P.24 – <i>Figuras geométricas planas: triângulos, quadriláteros, setor de circunferência. Figuras geométricas espaciais: pirâmides, prismas etc.</i></p>

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

Nesse tipo de questão, a ideia é identificar, nas imagens, as representações de figuras geométricas. Como diz Moreira (1996, p. 3), “imagens são representações específicas que retêm muitos dos aspectos perceptivos de determinados objetos ou eventos, vistos de um ângulo particular, com detalhes de uma certa instância do objeto ou evento”. Questões como essa podem favorecer a exploração dos dois tipos de registros, quando, na sua exploração em sala de aula, elas contemplem tanto o registro figural quanto o discursivo, que são necessários para a compreensão, pelos alunos, dos enunciados de problemas em Geometria. Portanto, desempenham uma importante função, do ponto de vista cognitivo e no modo de se ver e compreender determinado problema.

É possível identificar que alguns elementos, como retas, semirretas, círculos, circunferências, semicírculo, arco e setor circular, foram citados por sete participantes, porém,

nem todos esses elementos foram lembrados por eles; outros, a exemplo de segmentos de reta, vértices, faces, ou até mesmo conceitos sobre posições relativas entre retas, também não foram lembrados. Acreditamos que tal fato esteja relacionado à falta de ênfase no ensino de Geometria, conforme Pavanello (2009).

Duval (2011) evidencia três características acerca das figuras que conferem a elas um poder cognitivo particular. Primeiramente, o valor intuitivo, que possibilita interpretações comuns em um simples olhar; em seguida, o reconhecimento dos objetos, como as imagens desenhadas, e, por fim, a construção com instrumentos “seja com régua, compasso ou com algum *software*, pois ao desenhar à mão livre, não seria possível distinguir uma reta de uma curva, nem verdadeiramente considerar as relações entre grandezas!” (DUVAL, 2011, p. 84). Desse modo, com base nos elementos descritos pelos participantes, foi possível observar que a figura proposta suscitou uma compreensão intuitiva de certas figuras geométricas, bem como o reconhecimento de objetos a partir de suas imagens.

A questão 14 teve a intenção de explorar as figuras geométricas de maneira indireta, ou seja, a partir das questões 10 a 12 Assim, as figuras foram abordadas e investigadas de forma contextualizada, conforme aponta o Quadro 9 a seguir.

Quadro 9 – Questão 14: O que você achou das questões de números 10 a 12? Está habituado a trabalhar com esse tipo de situação com seus alunos?

Atuação	Resposta
<b>Professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental</b>	P1 <i>Sim. São questões possíveis de serem exploradas com estudantes dos anos iniciais</i> P3 <i>Interessante, estou habituada sim</i> P.6 <i>Sim</i>
<b>Professor dos anos finais do Ensino Fundamental/Médio</b>	P2 <i>Achei legal. Ainda não trabalhei esse tipo de atividade com meus alunos</i> P4 <i>Sim, pois a partir de formas concretas pode-se trabalhar os conceitos geométricos</i> P5 <i>Não estou habituada, mas é interessante para utilizar em sala</i> P9 <i>Não</i> P10 <i>Importantes. Não estou habituado</i> P11 <i>Boas, sim</i> P12 <i>Nunca tinha parado para pensar. Não</i> P13 <i>Questionamentos interessantes. Se for sobre os questionamentos, não</i>

<p><b>Professor do Ensino Superior</b></p>	<p>P7 <i>Difícilmente trabalho Geometria neste nível com os alunos, devido à idade que eles possuem. Mas se desse aula para alunos, provavelmente usaria como modelo objetos da sala ou do ambiente externo da escola</i>  P8 <i>Questões interessantes, ministro uma disciplina que provoca essas reflexões</i>  P15 <i>Achei relevantes, pois contribui para tentar entender por que esta importante temática da Matemática ainda apresenta tantas dificuldades de aprendizado</i></p>
<p><b>Aluno da graduação em Matemática</b></p>	<p>P14 <i>É a realidade da educação básica</i>  P16 <i>Não respondeu</i>  P17 <i>Achei interessante, pois podem trazer situações comuns para os estudantes serem baseados</i>  P18 <i>Achei as questões interessantes e diferentes, são questões que fogem do habitual. Trabalhei apenas uma vez com uma questão que se assemelhava à questão 12</i>  P19 <i>Uma maneira divertida de diferenciar as fig. no plano 2 D para o 3 D</i>  P20 <i>Não. Geralmente apresentamos somente as definições formais e os desenhos padrões</i>  P21 <i>Achei as questões interessantes, não estou habituado a trabalhar com esse tipo de abordagem em sala, mas acredito que seja uma proposta interessante para desenvolver o raciocínio geométrico dos alunos</i>  P22 <i>Muito interessantes, sim</i>  P23 <i>Não respondeu</i>  P24 <i>As questões 10 a 12 são questões interessantes para serem trabalhadas em sala de aula</i></p>

Fonte: Dados da pesquisa (2022)

De acordo com Rodrigues e Silva (2021, p. 6), a contextualização do ensino<sup>6</sup> “também pode ser compreendida como um termo de interdisciplinaridade, na maneira em que conduz o tratamento dos conteúdos específicos como contexto de outros”. Esse tipo de abordagem, que relaciona de modo contextualizado os elementos da Geometria, pode favorecer seu ensino e sua aprendizagem. Nas respostas, fica evidente que alguns participantes nunca tiveram contato ou mesmo tinham se deparado com esse tipo de situação. Isso nos leva a inferir o quanto se faz necessário explorar e pesquisar a respeito dessa temática, uma vez que ela os conduz à reflexão a respeito das diferentes maneiras que podemos abordar e investigar as figuras geométricas, enfatizando as semelhanças e diferenças entre as figuras planas e espaciais.

O questionário também contou com outras questões que exploram os dois tipos de registros considerados essenciais para a compreensão em Geometria – o registro figural e o registro em língua natural, porém, neste texto, abordamos como professores e futuros

<sup>6</sup> O termo “contextualização” é uma derivação do termo “contexto”, cujo significado literal vem do latim *contextus* e pode ser entendido por um encadeamento de ideias.

professores compreendem o conceito de figuras geométricas planas e espaciais.

### Reflexões

Esta investigação buscou compreender quais conhecimentos sobre figuras geométricas planas e espaciais têm graduandos e professores de Matemática que atuam na Educação Básica e no Ensino Superior. Para isso, foi proposto um questionário *on-line* abordando alguns conceitos acerca das figuras geométricas e da Geometria.

A escolha pelas questões 1, 5, 7, 9, 12, 14 e 15 ocorreu pelo fato de que elas estão diretamente relacionadas à motivação da investigação: de que maneira a formação inicial do professor pode ou não influenciar no ensino de Geometria? De que maneira futuros professores e professores que ensinam Matemática concebem, relacionam e abordam figuras geométricas na sua prática pedagógica?

Segundo Pavanello e Andrade (2002, p. 80), “a Geometria é pouco ensinada em nossas escolas, principalmente porque os professores consideram sua própria formação em relação a esse conteúdo bastante precária”. Essa fala se mostrou atual entre as respostas dos participantes desta investigação quando abordamos questões que envolviam o ensino da Geometria no contexto de formação dos professores, influenciando diretamente na relevância para o ensino e aprendizagem de seu aluno. O ensino ministrado restrito ao uso de fórmulas e sua pouca relação com o cotidiano ficou evidente nas respostas apresentadas.

Esta pesquisa apontou também preocupação quanto ao ensino da Geometria pela maioria dos participantes, que, apesar de terem recebido um ensino menos abrangente sobre o tema, consideram necessária uma mudança no olhar no seu direcionamento para desenvolver noções de espaço e compreensão de mundo. A abordagem acerca das figuras (questões 10, 11 e 12), quando realizada com situações do cotidiano, revelou ser uma prática não muito comum entre os participantes. Ao analisar suas falas, observamos o quanto a formação inicial influencia no ensino ministrado, porém, o olhar para torná-la mais presente nas práticas docentes nos direciona a pensar que o seu ensino pode estar passando por mudanças significativas.

Alguns conceitos geométricos se mostraram pouco frequentes, de acordo com o que esta investigação foi capaz de evidenciar. Como exemplo disso, a relação entre a conceitualização

entre “figuras” e “figuras geométricas”, algo que se revelou ainda ser um assunto de dificuldade para os participantes dessa pesquisa, uma vez que eles demonstraram não saber diferenciar os aspectos geométricos a serem considerados durante uma exploração matemática de uma figura. Segundo evidenciam pesquisas da área, essas dificuldades em estabelecer relações entre o plano e o espaço são apontadas, por exemplo, nos trabalhos de Silva e Santos (2018), Costa, Bermejo e Moraes (2009), Oliveira, Lopez e Cardoso (2016), Liao, Almeida e Motta (2021), e Settimy e Bairral (2020).

Assim, a presente pesquisa revelou que a formação inicial do professor exerce grande influência na maneira a qual ele conduz o ensino da Geometria na sua prática docente, tanto para repensar sua prática quanto para replicar o que fora aprendido, pois suas concepções a respeito da Geometria, para além de seu ensino básico, podem também ser constituídas durante a sua formação inicial e, posteriormente, projetadas nas aulas de Geometria.

Quanto às relações estabelecidas pelos sujeitos desta pesquisa, ao considerarmos as figuras planas e espaciais, é possível inferir a importância de estudos que explorem esse tema e façam ampliar o olhar para o ensino da Geometria.

### Referências

- ALMOULOU, S. A.; MARINQUE, A. L., SILVA, M. J. F; CAMPOS, T. M. M. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. *Revista Brasileira de Educação*. [on line]. 2004, n. 27. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/xzRGKxDRJ6XS4ZXxLnBTKFL/?format=pdf&lang=pt>. Acesso: 30 mar. 2023.
- ARAÚJO, M. A. S. Porque ensinar geometria nas séries iniciais de 1º grau. *Educação Matemática em Revista*, Blumenau, n.3, p.12-16, jul-dez, 1994. Disponível em: <http://sbemrevista.kinghost.net/revista/index.php/emr/article/view/1322>. Acesso: 28 mar. 2023.
- BARDINI, L. C; AMARAL-SCHIO; MAZZI, L. C. Aspectos do cotidiano e a geometria nos livros didáticos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Educação Matemática Sem Fronteiras – EMSF*, v.1, n.1, p.61-76, jan-jun, 2019. Disponível em: <https://periodicos.uuffs.edu.br/index.php/EMSF/article/view/10642/7125>. Acesso: 25 abr. 2023.
- BARROS, R. C. P. *Entre o plano e o espaço*: as relações entre figuras planas e espaciais em uma coleção de livros didáticos de matemática para os anos finais do ensino fundamental. 2021. 94 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática,

Universidade Estadual do Paraná, Campo Mourão, 2021.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental*. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

CARVALHO, M. A. S.; TUCCI, A. M. F. C. O ensino de geometria não euclidiana na educação básica. In: XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 26 a 30 de junho, 2011, Recife. *Anais [...]* Pernambuco: CIAEM-IACME, 2011. p. 1–10.

CASSOLI, C. (2022). *As contribuições de Tarefas Criativas nas fases da aprendizagem da circunferência no Ensino Fundamental*. 2021. 94 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual do Paraná, Campo Mourão, 2021.

COSTA, A. C; BERMEJO A. P. B; MORAIS, M. S. F. (2009). Análise do ensino de geometria espacial. *Anais do X Encontro Gaúcho de Educação Matemática*. Ijuí, RS: SBEM. 2009.

Disponível em:

[http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd\\_egem/fscommand/CC/CC\\_49.pdf](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_49.pdf). Acesso: 05 jan. 2023.

DUVAL, R. *La notion de registre de représentation sémiotique et l'analyse du fonctionnement cognitif de la pensée*. Curso dado à PUC/SP, 1997.

DUVAL, R. Geometry From a Cognitive Point of View. In: MAMMANA, C.; VILLANI, V. *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: An ICMI study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998. p. 37-52.

DUVAL, R. *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Tradução Myriam Veja Restrepo. Santiago de Cali: Ed. Peter Lang, 2004.

DUVAL, R. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, n. 10, p. 5-53, 2005.

DUVAL, R. *Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. (fascículo I). Tradução de Lenio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. Org. Tânia M. M. Campos. Trad. Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Trad. Mércles Thadeu Moretti. *Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem.* eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 1, p.118-138, 2012.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.

Trad. MORETTI, M. T. *REVEMAT*, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012b.

FISCHBEIN, E. The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, v. 24, p. 139-162, 1993. *Netherlands*.

FLORES, C.; MORETTI, M. O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: Ponto de análise para aprendizagem Matemática. In: Reunião Anual da ANPED, GT19: Educação Matemática, 28, Caxambu. *Anais...* Caxambu: ANPED, 2005, p. 1-13. Disponível em: [http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo\\_producoes/docs\\_28/funcionamento.pdf](http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/funcionamento.pdf). Acesso: 10 fev. 2023.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. Rio de Janeiro: Record, 2011.

IMAFUKO, D. B. S. *O Ensino de área de figuras planas nos livros didáticos na transição dos anos iniciais para os anos finais do ensino fundamental*. 2019, 174 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2019.

KALEFF, A. M. M. R. (2008). *Tópicos em Ensino de Geometria: a sala de aula frente ao laboratório de ensino e à história da geometria*. Rio de Janeiro: UFF/ UAB/CEDERJ.

KLUPPEL, G. T.; BRANDT, C. F. Reflexões sobre o ensino da Geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval. In: SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA REGIÃO SUL - ANPED SUL, 9., 2012, Caxias do Sul. *Anais...* Caxias do Sul: Universidade de Caxias do Sul, 2012.

LIAO, T; ALMEIDA, S. R. M; MOTTA, M. S. Desenvolvimento de conceitos geométricos com alunos de um curso de pedagogia por meio de atividades envolvendo a realidade aumentada. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*. v. 16, p. 01-18, jan-dez, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/76092>. Acesso: 10 jan. 2023.

LOCATELLI, S. C. *Ensino de Geometria: o que revelam as tarefas escolares?* 2015. 148f.

Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar Geometria? *Educação Matemática em Revista*, SBEM, Brasília, n. 4, p. 3-13, 1995. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/27521/>. Acesso: 22 jan. 2023.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. *Análise textual: discursiva*. 3. ed. Revisada e Ampliada. Ijuí: Editora Unijuí, 2016.

MOREIRA, M. A. Modelos mentais. *Investigações em Ensino de Ciências*, v.1, n. 3, p.193-232, 1996. Disponível em: [file:///C:/Users/Windows/Downloads/admin,+v1\\_n3\\_a1.pdf](file:///C:/Users/Windows/Downloads/admin,+v1_n3_a1.pdf). Acesso: 15 fev. 2023.

MORETTI, M. T. *REVEMAT*, Florianópolis v. 7, n. 1, p. 118-138, 2012a.

MORETTI, M. T. Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria. *Acta Scientiae*, Canoas, v. 15, n. 2, p. 289-303, mai-ago, 2013. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/568>. Acesso: 19 jan. 2023.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 17, n. 3, p. 597-616. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/26177/>. Acesso: 12 jan. 2023.

NCTM. *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM, 2007.

OLIVEIRA, R. B.; LOPEZ, L. Q.; CARDOSO, V. C. A interface da geometria plana à espacial: um estudo a partir dos triângulos e dos sólidos de Platão. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, São Paulo. *Anais...* São Paulo: SBEM/SP, 2016. Disponível em: [http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4613\\_3825\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4613_3825_ID.pdf). Acesso: 15 fev. 2023.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, FE - Unicamp, v. 1, n. 1, p. 7-17, 1993. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822/13724/>. Acesso em: 19 jun. 2023.

PAVANELLO, R. M.; ANDRADE, R. N. G. Formar para ensinar geometria: um desafio para as licenciaturas em Matemática. *Educação Matemática em Revista, SBEM*, v. 9, n. 11 a, p. 78-87, 2002.

RODRIGUES, J. G. M.; SILVA, J. F. L. Linguagens partilhadas e contextualização do ensino: uma análise nos itens de geometria do ENEM. *Ensino em Perspectivas*, Fortaleza, v. 2, n. 3, p. 1-11, 2021. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/ensinoemperspectivas/article/view/6356>. Acesso em: 20 abr. 2023.

SETTIMY, T. F. O.; BAIRRAL, M. A. Dificuldades envolvendo a visualização em geometria espacial. *VIDYA*, v. 40, n. 1, p. 175-195. doi: 10.37781/vidya.v40i1.3219. 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3219>. Acesso: 07 fev. 2023.

SILVA, P. V.; SANTOS, L. Compreensão da Representação Bidimensional de Policubos por Alunos do 6º ano em Tarefas de Avaliação Externa. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 32, n. 62, p. 847-868, dez, 2018. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/CMGBZgtXHCkphvCjX7B5qjc/>. Acesso: 16 fev. 2023.

SOUSA, C. V.; MONTELO, A. L. B.; SARAIVA, W.P.; LEITE, L. S. A importância de trabalhar a geometria fractal na formação dos docentes de matemática. In: V CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2018, Recife. *Anais [...]*. Pernambuco: CECON-PE, 2018. p.1-5.



Recebido em julho 2023.  
Aprovado em outubro 2023.